Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa I

1. Mă gândesc la un număr pe care îl micșorez cu suma dintre predecesorul lui 30 și succesorul lui 20, pentru a obține 50. La ce număr m-am gândit?

(25 puncte)

2. Găsește numerele formate din zeci și unități ($\overline{ZU}$) care respectă regula urmatoare: Z + U = 14. Scrie în ordine descrescătoare numerele găsite.

(25 puncte)

3. Dacă ar mai primi 6 bile colorate, Alexandru ar avea 21 de bile în colecție. Dar el primește 19 bile. Câte bile are acum?

(25 puncte)

4. Ramona, Filip și Alina trebuie să rezolve împreună 96 de probleme. Ramona a rezolvat 28 de probleme, ceea ce înseamnă cu 15 probleme mai puțin decât Filip.
Câte probleme trebuie să rezolve Alina?

(15 puncte)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 50 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa I, BAREM

Problema 1: (25 puncte)

Găsește predecesorul, succesorul ..... 2 x 5= 10 puncte

Suma 29 + 21 = 50 ..... 10 puncte

Află numărul necunoscut ..... 5 puncte

Problema 2: (25 puncte)

Găsește numerele ..... 5 numere x 5 puncte = 25 puncte

Problema 3: (25 puncte)

21 – 6 = 15 (bile are) .....15 puncte

15 + 19 = 34 (bile are acum) .....10 puncte

Problema 4: (15 puncte)

28 + 17 = 45 (probleme rezolvate de Filip) .....5 puncte

28 + 45 = 73 (probleme rezolvate de Ramona și Filip) .....5 puncte

96 – 73 = 23 (probleme rezolvă Alina) .....5 puncte

Oficiu: 10 puncte

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a II-a

1. Micșorați suma dintre predecesorul lui 50 și succesorul lui 21 cu înșesitul lui 7.

(25 puncte)

2. Suma a două numere este egală cu înșeptitul lui 9. Dacă micșorez primul număr cu 19, obțin 16. Care este cel de-al doilea număr?

(25 puncte)

3. Ioana are 40 de mere. Oferă Mariei o pătrime din ele și încă 7 mere. Câte mere îi rămân Ioanei?

(25 puncte)

4. Într-o cutie sunt 834 bile verzi, albastre și roșii. Dacă 586 bile nu sunt roșii, iar 432 nu sunt verzi, află numărul de bile din fiecare culoare.

(15 puncte)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 50 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a II-a, BAREM

Problema 1: (25 puncte)

Găsește predecesorul, succesorul ..... 2 x 2,5 = 5 puncte

Suma 49 + 22 = 71..... 5 puncte

Înșesitul lui 7 .....10 puncte

Află diferența ..... 5 puncte

Problema 2: (25 puncte)

a + b = 9 x 7 a + b = 63 ..... 10 puncte

a – 19 = 18 a = 18 + 19 a = 37 ..... 10 puncte

35 + b = 63 b = 63 – 37 b = 26 ..... 5 puncte

Problema 3: (25 puncte)

40 : 4 = 10 (o pătrime din mere) .....10 puncte

10 + 7 = 17 (mere oferă Mariei) ..... 10 puncte

40 – 17 = 23 (mere îi rămân Ioanei) ..... 5 puncte

Problema 4: (15 puncte)

834 – 586 = 248 (bile roșii) ..... 5 puncte

834 – 432 = 402 (bile verzi) ..... 5 puncte

432 – 248 = 184 (bile albastre) sau 586 – 402 = 184 (bile albastre) .... 5 puncte

Oficiu: 10 puncte

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a III-a

1. Să se afle „*a*” din egalitatea: $\overline{1a}+\overline{2a}+\overline{3a}+\overline{4a}+\overline{5a}=195$

(25 puncte)

2. Se dau numerele:
   a = (4 x 7 + 63 : 9) : (10 x 4 : 5 – 2 – 1)

   b = (53 + 47) : 10 : 5 + 98

   Să se afle produsul lor.

(25 puncte)

3. Anca citește o carte. Dacă ar fi citit cu 5 pagini mai puțin, ar mai fi avut de citit trei sferturi din carte. Dacă mai citește 4 pagini, ajunge la jumătatea cărții. Aflați câte pagini avea cartea și câte pagini a citit Anca.

(25 puncte)

4. O florăreasă are 100 de garoafe roșii și un număr de garoafe galbene.
În prima zi, vinde a cincea parte din cele roșii și de trei ori mai multe galbene. A doua zi, vinde a patra parte din cele roșii rămase și de două ori mai puține galbene.
   Câte garoafe a avut inițial dacă au rămas 130?

(15 puncte)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 90 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a III-a, BAREM

Problema 1: (25 puncte)

$\overline{1a}=10+a, \overline{2a}=20+a, \overline{3a}=20+a, \overline{4a}=20+a, \overline{5a}=50+a$ .....5 nr. x 2 p = 10 puncte

150 + 5 x a = 195 , 5 x a = 195 – 150.....10 puncte

5 x a = 45, a = 45 : 5.....5 puncte

Problema 2: (25 puncte)

Ajunge la a =7.....10 puncte

Ajunge la b=100.....10 puncte

Obține a x b=700.....5 puncte

Problema 3: (25 puncte)

Dacă ar fi citit cu 5 pagini mai puțin, ar mai fi avut de citit trei sferturi din carte => a citit cu 5 pagini mai mult decât un sfert din carte.....5 puncte

metoda figurativă la 5 + 4 = 9 (pagini – un sfert din nr.de pagini).....10 puncte
9 x 4 = 36 (pagini are cartea).....5 puncte
9 + 5 = 14 (pagini citite).....5 puncte

Problema 4: (15 puncte)

100 : 5 = 20 (garoafe rosii vandute in prima zi).....**2 p**
20 x 3 = 60 (garoafe galbene vandute in prima zi) .....**2 p**
100 - 20 = 80 (garoafe rosii ramase dupa prima zi) .....**1 p**
80 : 4 = 20 (garoafe rosii vandute a doua zi) .....**2 p**
20 : 2 = 10 (garoafe galbene vandute a doua zi).....**2 p**
80 - 2 = 60 (garoafe rosii ramase).....**1 p**
130 – 60 = 70 (garoafe galbene ramase).....**1 p**
60 + 10 = 70 (garoafe galbene vandute).....**1 p**
70 + 70 = 140 (garoafe galbene la inceput).....**1 p**
100 + 140 = 240 (garoafe initial).....**2 p**

Oficiu: 10 puncte

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a IV-a

1. Știind că a = { 124 – 2 x [100 – 9 x (101 – 94)]} : 10 și că b verifică egalitatea (2156 – b) x 4 – 7316 = 500, să se calculeze a + 10 x b .

2. Dan, George și Mihai au participat la un concurs sportiv și au obținut împreună 529 de puncte. Punctajul obținut de Dan este cu 26 mai mare decât o cincime din punctajul obținut de Mihai și cu 64 mai mic decât cel obținut de George.
   Câte puncte a obținut fiecare băiat?

3. Pentru masa de Paști, Alina vrea să cumpere câteva ouă încondeiate. Dacă ar cumpăra 5 ouă, din suma pe care o are i-ar rămâne 6 lei, dacă ar cumpăra 7 ouă, i-ar mai trebui 8 lei. Câți lei îi mai trebuie pentru a cumpăra 6 ouă și un coșuleț al cărui preț este cu 2 lei mai mic decât al unui ou încondeiat?

4. Pe o tablă se scriu numerele 1, 4, 7, 10, ..., 1000.

a) Ce număr voi scrie pe poziția 50?

b) Pot găsi trei numere în șir a căror sumă să fie 2024?

G.M. – noiembrie 2024

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 90 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a IV-a, BAREM

Problema 1: (25 puncte)

Ajunge la a = 5……...10 p

Ajunge la b = 202.....10 p

a + 10 x b = 5 + 10 x 202 = 5 + 2020 = 2025 .....5 p

Problema 2: (25 puncte)

Ajunge grafic la 5 + 1 + 1 = 7 (părți egale) 7 p

529 – (26 + 26 + 64) = 529 – 116 = 413 (suma părților egale) 6 p

413 : 7 = 59 (o parte/ o cincime din punctajul lui Mihai) 3 p

Ajunge la 295 (puncte – Mihai), 85 (puncte – Dan),149 (puncte – George) 9 p

Problema 3: (25 puncte)

Ajunge la b = 7.....15 puncte

Ajunge la a = 41.....4 puncte

Ajunge la c = 5.....4 puncte

Ajunge la 6 lei.....2 puncte

Problema 4: (15 puncte)

Termenii șirului 1, 4, 7, 10, ..., 1000 se pot scrie:

t1: 1 = 1 + 3 x 0, t2: 4 = 1 + 3 x 1, ..., t334: 1000 = 1 + 3 x 333……..**4 p**
Aplicând regula de formare a șirului -> t50: 1 + 3 x 49 = 1 + 147 = 148……**3 p**
Dacă cele trei numere pe care vrem să le adunăm fac parte din șir, atunci se pot scrie:1 + 3 x a, 1 + 3 x b, 1 + 3 x c.Presupunem că suma lor poate fi 2024. Atunci: 1 + 3 x a + 1 + 3 x b + 1 + 3 x c = 2024, 3 x a + 3 x b + 3 x c + 3 = 2024
3 x (a + b + c) + 3 = 2024, 3 x (a + b + c) = 2024 – 3, 3 x (a + b + c) = 2021
a + b + c = 2021 : 3 Dar 2021 : 3 = 673 rest 2, deci nu există 3 numere naturale în șir a căror sumă să fie 2024.....……**8 p**

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a V-a

1) Aflați numerele prime de trei cifre mai mici decât 500 care la împărțirea cu 5 dau restul 1 și la împărțirea cu 9 dau restul 4.

2) Arătați că $3^{76} > 2^{35} \cdot 5^{32}$

3) Doi elevi dețineau fiecare câte o sumă de bani. Unul dintre ei spune : “ Dacă primim fiecare câte 3 lei atunci eu voi avea o sumă de două ori mai mare decât a ta “. Celălalt spune și el : “ Dacă ne vom lua fiecare câte o acadea de 2 lei atunci tu vei avea o sumă de trei ori mai mare decât a mea “ . Credeți că după ce își cumpără acadelele acelea de 2 lei, le mai ajung banii să cumpere și o minge de 20 lei ?

4) Se consideră șirul de numere consecutive 1,2,3,...,113.

a) Arătați că se poate scoate un număr din șir, astfel ca suma numerelor rămase să fie un pătrat perfect.

b) Câte posibilități sunt pentru a de îndeplini punctul a) ?

Marius Burtea, Alexandria (GM 4/2024)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a V-a, BAREM

1) Dacă restul împărțirii lui $\overline{abc}$ la 5 este 1, atunci c poate fi 1 sau 6. Numerele prime de trei cifre au ultima cifra 1, 3, 7 sau 9. Cazul c=6 nu este corect.

Căutăm numerele $\overline{ab1}$ care împărțite la 9 dau restul 4. (5 p)

$\overline{a(b-1)7}$ se divide cu 9 rezultă că a+b-1+7 = 9k, unde k este un număr natural

a+b = 9k-6 . Cum a și b sunt cifre atunci a+b < 19 și atunci k poate fi 1 sau 2 (5 p)

k= 1, atunci a+b = 3 rezultă $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$ sau $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ (3 p)

k=2, atunci a+b = 12 rezultă $\begin{cases} a=3 \\ b=9 \end{cases}$ sau $\begin{cases} a=4 \\ b=8 \end{cases}$ (3 p)

$\overline{abc}$ poate fi : 121, 211, 391, 481 (2 p)

121 se divide cu 11 deci nu este prim (2p)

391 se divide cu 17 sau 23 deci nu este prim (2p)

481 se divide cu 13 sau 37 deci nu este prim (2 p)

Numărul prim care verifică condiția din enunț este 211. (1 p)

2) $3^{76} = 3^{28} \cdot 3^{48}$. (5 p)

$3^{28} = (3^4)^7 = 81^7$ și $2^{35} = (2^5)^7 = 32^7$ rezultă că $3^{28} > 2^{35}$ (10 p)

$3^{48} = (3^3)^{16} = 27^{16}$ și $5^{32} = (5^2)^{16} = 25^{16}$ rezultă că $3^{48} > 5^{32}$ (10 p)

3) x – suma deținută de primul și y- suma deținută de cel de-al doilea (5 p)

$x+3 = 2(y+3) \Rightarrow x+3 = 2y+6 \Rightarrow x = 2y+3$ (5 p)

$x-2 = 3(y-2) \Rightarrow 2y+3-2 = 3y-6 \Rightarrow 1+6 = 3y-2y \Rightarrow y = 7$ lei și $x = 2 \cdot 7 + 3 = 17$ lei (5 p)

Împreună au 7+17= 24 lei. Cheltuie 4 lei pe acadele și le rămân 20 lei și pentru minge (10 p)

4) a) Suma numerelor este 6441. Se observă că $6441 - 41 = 6400 = 80^2$, deci 41 este un număr ce poate fi scos din șir. (5 p)

b) Presupunem că numărul scos este x. Avem condițiile $1 \le x \le 113$ și $p^2 = 6441 - x \ge 6441 - 113 = 6328$, adică $6328 \le p^2 \le 6441$.

Se observă că p poate fi doar 80. (5 p)

Aceasta arată că îndepărtarea lui 41 este unica posibilitate pentru a obține un pătrat perfect din suma numerelor rămase. (5 p)

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VI-a

1. Se consideră punctul M mijlocul segmentului AB, M_1 mijlocul segmentului AM , M_2 mijlocul segmentului BM , M_3 mijlocul segmentului AM_1, M_4 mijlocul segmentului BM_2, etc. Dacă $AB = 2^{2025}$ cm, calculați lungimea segmentului $M_7\,M_{10}$.

2. Determinați cardinalul mulțimii $A=\left\{\overline{ab}\,\middle|\,\frac{18}{a^2+2b}\in\mathbb{N}\right\}$

3. Determinați numerele naturale w, x, y, z, știind că sunt îndeplinite simultan relațiile
$w^2+x^2+y^2+z^2=121275$ și $\frac{w}{w+2}=\frac{x}{x+3}=\frac{y}{y+10}=\frac{z}{z+18}$

4. Determinați numărul natural n dacă $n^4-n^3-n^2+\frac{n}{7}=2010$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VI-a, BAREM

1. $AM_7 = 2^{2013}$ (8 p)

$BM_{10} = 2^{2009}$ (8 p)

$M_7M_{10} = 65519 * 2^{2009}$ (7 p)

2. Din $\frac{18}{a^2+2b} \in N$ rezultă $a^2 + 2b \in \{1,2,3,6,9,18\}$. (5 p)

a^2 + 2b = 1 ⇒ a=1,b=0 (3 p)

a^2 + 2b = 2 ⇒ nu există a și b (3 p)

a^2 + 2b = 3 ⇒ a=1,b=1 (3 p)

a^2 + 2b = 6 ⇒ a=2,b=1 (3 p)

a^2 + 2b = 9 ⇒ a=3,b=0 și a=1,b=4 (3 p)

a^2 + 2b = 18 ⇒ a=4,b=1 și a=2,b=6 (3 p)

Deci $\underline{ab} \in \{10,11,14,21,26,30,41\}$, rezultă card(A) = 7. (2 p)

3. $\frac{w}{w+2} = \frac{x}{x+3} = \frac{y}{y+10} = \frac{z}{z+18} \Leftrightarrow \frac{w}{2} = \frac{x}{3} = \frac{y}{10} = \frac{z}{18} = k$ (5 p)

w=2k, x=3k, y=10k, z=18k (4 p)

k = 21 (4 p)

w=42, x=63, y=210, z=378 (12 p)

4. $n = 0$ nu verifică (2 p)

$\frac{n}{7} \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 7k, k \in \mathbb{N}^*$ (5 p)

$n > 7 \Rightarrow n^4 - n^3 - n^2 + \frac{n}{7} > 2010$ (5 p)

$n = 7$ verifică (3 p)

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VII-a

1. Fie paralelogramul $ABCD$ astfel încât $2AB = 3DB$ și $m(\widehat{ABD}) = 60°$. Arătați că $AC = 2AD$.

2. $A = 1+3+5+\ldots+2021 + 2023 + 2025$. Arătați că A este pătrat perfect și că calculați $\sqrt{A}$.

3. $A = \left\{n \in N \mid \frac{n^2-3n+6}{n-3} \in N\right\}$ și $B = \left\{n \in N \mid \frac{2}{5} \leq \frac{2n+1}{3} \leq \frac{5}{2}\right\}$. Să se determine $A \cup B$ și $A \cap B$.

4. Determinați numerele de forma $\overline{abc}$ dacă $\sqrt{\overline{abc}} = 5\cdot(a+b+c)$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VII-a, BAREM

1.Cum 2AB=3DB ⇒ $\frac{DB}{2}=\frac{AB}{3}=k$ ⇒ BD = 2k, AB = 3k, k>0 (3pct)

Construim AE ⊥ BD , E∈DB ⇒ ΔAEB dreptunghic cu m($\angle ABE$)=60° ⇒

$BE=\frac{AB}{2}=\frac{3k}{2}\Rightarrow DE=2k-\frac{3k}{2}=\frac{k}{2}$ (6pct)

, dar $DO=OB=\frac{BD}{2}=\frac{2k}{2}=k$ ⇒ E mijlocul [DO] ⇒ AE mediană în $\triangle ADO$ (6pct),

dar AE⊥BD ⇒ AE înălțime în $\triangle ADO$ ⇒ $\triangle ADO$ isoscel, AO = AD,(6pct)

Dar AO=CO ⇒ AC = 2·AO = 2AD.(4pct)

2. $A=(1+2+3+\ldots+2023+2024+2025)-$

$(2+4+6+\ldots+2022+2024)=$ (5pct)

$=\frac{(1+2025)\cdot 2025}{2}-2\cdot(1+2+3+\ldots+1011+1012)=$

$=1013\cdot 2025-2\cdot\frac{(1+1012)\cdot 1012}{2}=$ (8pct)

$=1013\cdot 2025-1013\cdot 1012=1013\cdot(2025-1012)=$

$=1013\cdot 1013=1013^2=A$ ⇒ A este pătrat perfect (7pct)

$\sqrt{A}=\sqrt{1013^2}=1013$ (5pct)

3. $\frac{n^2-3n+6}{n-3}\in N, \frac{n^2-3n+6}{n-3}=\frac{n(n-3)+6}{n-3}=n+\frac{6}{n-3}\in N\ (4pct)\Leftrightarrow n-3\in D_6\Rightarrow$

$n-3\in\{1,2,3,6\}\ (3pct)\Rightarrow n\in\{4,5,6,9\}\Rightarrow A=\{4,5,6,9\}$(3pct)

Aducând la același numitor comun în relația $\frac{2}{5}\leq\frac{2n+1}{3}\leq\frac{5}{2}$ obținem :

$12\leq 20n+10\leq 75\Leftrightarrow 2\leq 20n\leq 65\Leftrightarrow\frac{1}{10}\leq n\leq\frac{65}{20}; n\in N$(7pct)

$\Rightarrow n\in\{1,2,3\}\Rightarrow B=\{1,2,3\}$ (3pct)

Determină reuniunea și intersecția (3+2 pct)

4. Ridică la pătrat relația……..(5 p)

Discută pe cazuri……..(5 p)

Ajunge la $\overline{abc}=400$ ……(5p)

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VIII-a

1. Fie VMNP o piramidă triunghiulară regulată cu muchiile laterale perpendiculare două câte două. Dacă $VD \perp MN$ și $VH \perp MP$, deteminați măsura unghiului dintre VD și VH.
2. Ordonați crescător numerele reale x, y și z, știind că:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2a + 5b + c - 7{,}5$$

3. Arătați că, dacă a, b și c sunt numere raționale nenule, astfel încât $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = 1$, atunci numărul $N = (\frac{a \cdot b}{c} + 1)(\frac{b \cdot c}{a} + 1)(\frac{a \cdot c}{b} + 1)$ este negativ, iar $\sqrt{N} \in Q$.

4. Arătați că pentru orice număr întreg n, numărul $n^5 - 16n$ este multiplu de 15.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VIII-a, BAREM

1. Notăm VM=VN=VP=a, calculează $MN = MP = NP = a\sqrt{2}$, (8pct)

$VD = \frac{MN}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$(1) (4pct) $VH = \frac{MP}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$(2) (4pct) $DH = \frac{NP}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$(3) (4pct)

Din (1), (2), (3) $\Rightarrow \Delta VDH$ - echilateral $\Rightarrow$ m(∠MVN)=60° (5pct)

2. $a^2 + b^2 + c^2 = -2a + 5b + c - 6{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2a - 5b - c + 6{,}5 = 0 \mid +1 \Leftrightarrow$ (3pct)

$\Leftrightarrow a^2 + 2 \cdot a + b^2 - 2 \cdot 2{,}5b + c^2 - 2 \cdot 0{,}5c + 7{,}5 = 1 \Leftrightarrow$ (3pct)

$\Leftrightarrow (a+1)^2 + (b-2{,}5)^2 + (c-0{,}5)^2 = 1$ (1) (5pct)

(1) $\Rightarrow (a+1)^2 \leq 1 \Rightarrow |a+1| \leq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 \leq a+1 \leq 1 \Leftrightarrow a \in [-2;0]$ (2) (4pct)

$\Rightarrow (b-2{,}5)^2 \leq 1 \Rightarrow |b-2{,}5| \leq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 \leq b-2{,}5 \leq 1 \Leftrightarrow b \in [1{,}5;3{,}5]$ (3) (4pct)

$\Rightarrow (c-0{,}5)^2 \leq 1 \Rightarrow |c-0{,}5| \leq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 \leq c-0{,}5 \leq 1 \Leftrightarrow c \in [0{,}5;1{,}5]$ (4) (4pct)

Din (2),(3),(4) $\Rightarrow a < c < b$ (2pct)

3. Din relația $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c = a \cdot b \cdot c$ (4pct)

$\frac{a \cdot b}{c} + 1 = \frac{a \cdot b + c}{c} = \frac{a \cdot b \cdot c - b \cdot c - a \cdot c + c}{c} = a \cdot b - b - a + 1 = (a-1)(b-1)$ (5pct)

$\frac{b \cdot c}{a} + 1 = \frac{b \cdot c + a}{a} = \frac{a \cdot b \cdot c - a \cdot b - a \cdot c + a}{a} = b \cdot c - b - c + 1$

$= (b-1)(c-1)$ (5pct)

$\frac{a \cdot c}{b} + 1 = \frac{a \cdot c + b}{b} = \frac{a \cdot b \cdot c - a \cdot b - b \cdot c + b}{b} = a \cdot c - a - c + 1$

$= (a-1)(c-1)$ (5pct)

Din (1),(2),(3) $\Rightarrow N = (a-1)^2(b-1)^2(c-1)^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{N} \in Q$ (6pct)

4. $n^5 - 16n = n(n-2)(n+2)(n^2+4)$ (5 pct)

pentru orice număr întreg *n* unul dintre factorii produsului e divizibil cu 3. (4 pct)

pentru orice număr întreg *n* unul dintre factorii produsului e divizibil cu 5. (4 pct)

Concluzionează că numărul este multiplu de 15 pentru orice valoare a lui *n*. (2 pct)

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a IX-a

1. Fie $ABCD$ un patrulater și punctele M, N, P, Q astfel încât $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{DP}=\overrightarrow{PC}$ și $\overrightarrow{DQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$.

a) Demonstrați că $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

b) Arătați că dreapta MP trece prin mijlocul segmentului NQ.

2. a) Fie $x\in\mathbb{R}^*$ astfel încât $x+\frac{1}{x}\in\mathbb{Q}$. Demonstrați că $x^n+\frac{1}{x^n}\in\mathbb{Q}$, pentru orice număr natural nenul n.

b) Demonstrați că $\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n\in\mathbb{Q}$, pentru orice număr natural n.

3. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația

$$[x]^2+4x+\{x\}+\sqrt{3}=0,$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x, iar $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui x.

4. a) Arătați că $a^2+b\geq 2a\sqrt{b}$, pentru orice $a,b\in(0,\infty)$.

b) Fie numerele reale $a,b,c\in(0,\infty)$ astfel încât $a+b+c=3$. Arătați că

$$\frac{a^3}{a^2+b}+\frac{b^3}{b^2+c}+\frac{c^3}{c^2+a}\geq\frac{3}{2}.$$

(Enunț prelucrat GM 28857)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a IX-a, BAREM

***1.*a)** deducem că *P* este mijlocul lui *CD*.....**2 puncte**

deducem că $\overrightarrow{AQ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ .....**3 puncte**

Deci, $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{AQ}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.....**5 puncte**

b) Fie *S* mijlocul segmentului *NQ*, ajunge la $2\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ .....**5 puncte**

Obținem $2\overrightarrow{MP}=\frac{4}{3}\left(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MQ}\right)=\frac{8}{3}\overrightarrow{MS}$, deci $\overrightarrow{MP}=\frac{4}{3}\overrightarrow{MS}$ .....**5 puncte)**

punctele *M*, *S* și *P* sunt coliniare, adică dreapta *MP* trece prin mijlocul segmentului *NQ.* .....**5 puncte**

2. a) inducție după *n* că propoziția $P(n):x^n+\frac{1}{x^n}\in\mathbb{Q},n\in\mathbb{N}^*$ .....**10 puncte**

b) Pentru $n=0$, avem că $\left(2+\sqrt{3}\right)^0+\left(2-\sqrt{3}\right)^0=2\in\mathbb{Q}$ .....**5 puncte**

Pentru $n\in\mathbb{N}^*$, avem că $\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n=\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\frac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^n}$ .....**5 puncte**

Cum $2+\sqrt{3}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}=4\in\mathbb{Q}$, aplicând punctul **a)** se obține concluzia..... **5 puncte**

3.Ecuația se scrie echivalent $\left(\left[x\right]+2\right)^2=4-\sqrt{3}-5\left\{x\right\}\in\mathbb{N}$ .....**10 puncte**

Cum $\left\{x\right\}\in\left[0,1\right)$, rezultă că $\left(\left[x\right]+2\right)^2\in\left\{0,1,2\right\}$ .....**6 puncte**

$\left[x\right]+2=0\ \ x=\frac{-6-\sqrt{3}}{5}$, iar pentru $\left[x\right]+2=\pm1\ \ x=\frac{-2-\sqrt{3}}{5}$ și $x=\frac{-12-\sqrt{3}}{5}$ .....**9 puncte**

***4.* a)** $a^2+b\geq2a\sqrt{b}\Leftrightarrow a^2+b-2a\sqrt{b}\geq0\Leftrightarrow\left(a-\sqrt{b}\right)^2\geq0,\ \forall a,b\in\left(0,\infty\right)$.....**5 puncte**

b) $\frac{a^3}{a^2+b}=a-\frac{ab}{a^2+b}\geq a-\frac{ab}{2a\sqrt{b}}=a-\frac{1}{2}\sqrt{b}$ .....**2 puncte**

Analog, $\frac{b^3}{b^2+c}\geq b-\frac{1}{2}\sqrt{c}$ și $\frac{c^3}{c^2+a}\geq c-\frac{1}{2}\sqrt{a}$ .....**2 puncte**

Astfel obținem $\frac{a^3}{a^2+b}+\frac{b^3}{b^2+c}+\frac{c^3}{c^2+a}\geq a+b+c-\frac{1}{2}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)$.....**1 punct**

deducem $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)^2\leq3\left(a+b+c\right)=9$, deci $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leq3$. .....**2 puncte**

Din relația (1) rezultă $\frac{a^3}{a^2+b}+\frac{b^3}{b^2+c}+\frac{c^3}{c^2+a}\geq3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$ .....**3 puncte**

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a X-a

1. a) Să se determine valorile lui $z \in \mathbb{C}$, pentru care $z^2 + 2|z|^2 - 4 = 0$.

b) Să se arate că dacă $a,b,c \in \mathbb{R}^*$ și $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, astfel încât $az^2 + bz + c = 0$, atunci $|z| < 2\left|\frac{c}{b}\right|$.

2. a) Arătați că funcția $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \log_3 x$ este injectivă.

b) Rezolvați ecuația

$$x^2 - 3x + 1 + \log_3 \frac{x^2+2}{x} = 0.$$

3. Dacă $a,b,c \in (1,\infty)$, să se arate că

$$\log_a \frac{b+c}{2} \cdot \log_b \frac{a+c}{2} \cdot \log_c \frac{a+b}{2} \geq 1.$$

4. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația

$$9^x + 2 \cdot 12^x + 16^x + 30^x = 18^x + 24^x + 25^x.$$

(GM 28369)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a X-a, BAREM

1.a) Notăm cu $z=x+yi$ și obținem $\left(3x^2+y^2-4\right)+2xyi=0$. **(5 puncte)**

Obținem soluțiile $z=\pm 2i$ și $z=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **(5 puncte)**

b) Aplicăm Viète $z+\bar{z}=-\frac{b}{a}$ și $z\cdot\bar{z}=\frac{c}{a}$. **(5 puncte)**

Observăm că $\left|z+\bar{z}\right|\cdot|z|<\left(|z|+\left|\bar{z}\right|\right)\cdot|z|=2\left|\frac{c}{a}\right|$. **(5 puncte)**

Dar $\left|z+\bar{z}\right|\cdot|z|=\left|\frac{b}{a}\right|\cdot|z|$ și obținem concluzia. **(5 puncte)**

2.a) Funcția f este stric crescătoare, deci injectivă. **(10 puncte)**

b) Obținem forma echivalentă: $x^2+2+\log_3\left(x^2+2\right)=3x+\log_3(3x)$. **(5 puncte)**

Adică $f\left(x^2+2\right)=f(3x)$, iar din punctul a, avem $x^2+2=3x$. Deci $S=\{1;2\}$. **(10 puncte)**

3.Folosind Inegalitatea mediilor obținem $\log_a\frac{b+c}{2}\geq\log_a\sqrt{bc}=\frac{\sqrt{\ln b\cdot\ln c}}{\ln a}$ **(15 puncte)**

Analog, $\log_b\frac{a+c}{2}\geq\frac{\sqrt{\ln a\cdot\ln c}}{\ln b}$ și $\log_c\frac{a+b}{2}\geq\frac{\sqrt{\ln a\cdot\ln b}}{\ln c}$. **(5 puncte)**

Înmulțind, obținem concluzia. **(5 puncte)**

4. Ecuația este echivalentă cu $\left(3^x+4^x-5^x\right)\left(3^x+4^x+5^x-6^x\right)=0$. **(5 puncte)**

Obținem ecuațiile $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x=1$ și $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x=1$. **(5 puncte)**

Funcțiile $f(x)=\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x$ și $g(x)=\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x$ sunt strict descrescătoare pe $\mathbb{R}$, iar $f(2)=g(3)=1$. Deci, soluțiile sunt $x=2$ și $x=3$. **(5 puncte)**

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a XI-a

1. Arătați că determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} b^2c^2 & a^2c^2 & a^2b^2 \\ b^2+bc+c^2 & a^2+ac+c^2 & a^2+ab+b^2 \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix}$ este divizibil prin $(ab+bc+ca)^2$.

2. Calculați:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cdot\cos 2x}{x^2}$;

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cdot\sqrt{\cos 2x}\sqrt[3]{\cos 3x}\ldots\sqrt[n]{\cos nx}}{x^2}$.

3. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale definit prin $a_1=\sqrt{2}$ și $a_{n+1}=\dfrac{a_n^2+2}{3}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$.

a) Arătați că șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este monoton și $1\leq a_n\leq 2, \forall n\in\mathbb{N}^*$.

b) Calculați: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

4. Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{11} & 1 & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{23} & 1 \end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$. Determinați cel mai mic număr natural $n\geq 1$ cu proprietatea că A^n are toate elementele numere întregi.

(GM 28821)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a XI-a, BAREM

1. $\Delta=(a-b)(a-c)(b-c)(ab+bc+ca)\begin{vmatrix} b^2+bc+c^2 & a+b+c \\ b+c & 1 \end{vmatrix}$. **(15 puncte)**

Deci, $\Delta=(a-b)(c-a)(b-c)(ab+bc+ca)^2$. **(10 puncte)**

2. a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x+\cos 2x-\cos x\cdot\cos 2x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2 x}{x^2}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{x^2}{4}}=\dfrac{5}{2}$. **(10 puncte)**

b) $L_n=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[n]{\cos nx}+\sqrt[n]{\cos nx}-\cos x\cdot\sqrt{\cos 2x}\sqrt[3]{\cos 3x}\ldots\sqrt[n]{\cos nx}}{x^2}$. **(5 puncte)**

$L_n=\dfrac{1}{n}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2\frac{nx}{2}}{\frac{n^2x^2}{4}}\cdot\dfrac{n^2}{4}+L_{n-1}=\dfrac{n}{2}+L_{n-1}$. **(5 puncte)**

$L_n=L_1+\dfrac{2+3+4+\ldots+n}{2}$. Deci, $L_n=\dfrac{1+2+3+4+\ldots+n}{2}=\dfrac{n(n+1)}{4}$. **(5 puncte)**

3. a) Demonstrăm prin inducție matematică propoziția $P(n):1\le a_n\le 2,\forall n\in\mathbb{N}^*$. **(5 puncte)**

$a_{n+1}-a_n=\dfrac{(a_n-1)(a_n-2)}{3}<0$, șir monoton. **(5 puncte)**

b) $1\le a_n\le 2,\forall n\in\mathbb{N}^*$ și șir monoton, deci convergent, rezultă $\exists\lim\limits_{n\to\infty}a_n=l\in[1;2]$. **(5 puncte)**

Trecem la limită $\Rightarrow l=\dfrac{l^2+2}{3}\Rightarrow l=1$. **(10 puncte)**

4. Notăm $A=B+I_3$, $B\in M_3(\mathbb{R})$ și $B^3=O_3$. Deci, $A^n=I_3+nB+\dfrac{n(n-1)}{2}B^2$. **(8 puncte)**

Cum $A^n\in M_3(\mathbb{Z})$, rezultă că $11\mid n$, $23\mid n$, $8\mid n$. Cea mai mică valoare este $n=2024$. **(7 puncte)**

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a XII-a

1. Se consideră o funcție derivabilă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ și F o primitivă a sa cu proprietatea că există un număr $c\in\mathbb{R}$ astfel încât $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}\neq f(c),\forall a,b\in\mathbb{R},a\neq b$. Să se arate că $f'(c)=0$.

2. Pe mulțimea $M=(0,\infty)$ se consideră o lege de compoziție $*$ care are următoarele proprietăți:

i. $(x*y)\cdot(x*z)=x*(y+z);\forall x,y,z\in M$

ii. $x*1=x,\forall x\in M$.

Arătați că:

a) $2*4\in\mathbb{Q}$;

b) $4*\frac{1}{4}\notin\mathbb{Q}$;

c) $\sqrt{2022}*2022=2022^{1011}$.

3. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră $I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{x^2+3}\,dx$.

a) Arătați că $(n+3)I_{n+1}+3nI_{n-1}=8,\forall n\in\mathbb{N},n\geq 2$.

b) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}(nI_n)$.

4. Calculați $\int\frac{x^3e^x}{(x+3)^2}dx$.

(GM 28706)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a XII-a, BAREM

1. $F(b)-bf(c)\neq F(a)-af(c),\forall a,b\in\mathbb{R},a\neq b$. **(5 puncte)**

Notăm $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $G(x)=F(x)-xf(c)$ și arată că e injectivă. **(5 puncte)**

G injectivă și continuă rezultă monotonă pe $\mathbb{R}$. **(5 puncte)**

Cum G e derivabilă obținem $G'(x)\geq 0$ sau $G'(x)\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **(5 puncte)**

$x=c$ punct de extrem, deci $f'(c)=0$. **(5 puncte)**

2. a) $y=z=1\Rightarrow x^2=x*2,\forall x\in M$, iar pentru $y=z=2\Rightarrow x^4=x*4,\forall x\in M$. **(6 puncte)**

Luând $x=2\Rightarrow 2*4=16\in\mathbb{Q}$. **(1 punct)**

b) $y=z=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(x*\frac{1}{2}\right)^2=x,\forall x\in M$, iar pentru $y=z=\frac{1}{4}\Rightarrow\left(x*\frac{1}{4}\right)^4=x,\forall x\in M$. **(6 puncte)**

Luând $x=4\Rightarrow 4*\frac{1}{4}=\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$. **(2 puncte)**

c) Demonstrăm prin inducție matematică propoziția $x^n=x*n,\forall x\in M,n\in\mathbb{N}^*$. **(8 puncte)**

Luând $x=\sqrt{2022},n=2022\Rightarrow 2022^{1011}=\sqrt{2022}*2022$. **(2 puncte)**

3. a) Cum $\left(\left(\sqrt{x^2+3}\right)^3\right)'=3x\sqrt{x^2+3}$, obținem $3I_{n+1}=8-\int_0^1\left(x^{n+1}+3x^{n-1}\right)\sqrt{x^2+3}\,dx$, **(10 puncte)**

b) Integrând prin părți vom obține $(n+1)I_n=2-\int_0^1\frac{x^{n+2}}{\sqrt{x^2+3}}dx=2-J_n$. **(5 puncte)**

Cum $\lim\limits_{n\to\infty}I_n=\lim\limits_{n\to\infty}J_n=0$, rezultă $\lim\limits_{n\to\infty}(nI_n)=2$. **(10 puncte)**

4. Cum $\left(\frac{-1}{x+3}\right)'=\frac{1}{(x+3)^2}$, obținem $\int\frac{x^3e^x}{(x+3)^2}dx=\frac{-x^3e^x}{x+3}+\int x^2e^xdx$. **(10 puncte)**

Continuând, vom obține $\int\frac{x^3e^x}{(x+3)^2}dx=\frac{-x^3\cdot e^x}{x+3}+x^2e^x-2xe^x+2e^x+C$. **(5 puncte)**

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a V-a, CES

1) Un pix costă 4 lei, o carte costă 26 de lei, iar un caiet costă 2 lei. Mihai cumpără 8 pixuri, două cărți și 4 caiete.
   Ce rest va primi Mihai dacă plătește cu o bancnotă de 100 de lei?

2) Calculați:
   a) $112 - 324 : 3$
   b) $2^3 + 5^0 - 1^4 - 0^2 - 3^1$

3) Fie șirul de numere:
   1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 15; 57.
   Completați:

a)Numerele divizibile cu 2 din șirul de mai sus sunt:.....

b)Numerele divizibile cu 3 din șirul de mai sus sunt:.....

c)Numerele divizibile cu 5 din șirul de mai sus sunt:.....

d)Numerele prime din șirul de mai sus sunt: .....

e) Numerele impare din șirul de mai sus sunt:.....

4) Efectuați:
   a) 20 % din 100;
   b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a V-a, CES, BAREM

Start 10 p

1 (25 p)	$8 \cdot 4 = 32$ (lei costă 8 pixuri)	5 p
	$2 \cdot 26 = 52$ (lei costă 2 cărți)	5 p
	$4 \cdot 2 = 8$ (lei costă 4 caiete)	5 p
	$32 + 52 + 8 = 92$ (lei costă în total rechizitele)	5 p
	$100 - 92 = 8$ (lei primește rest Mihai)	5 p
2 (25 p)	a) $112 - 324 : 3 = 112 - 108 = 4$	10 p
	b) $2^3 + 5^0 - 1^4 - 0^2 - 3^1 = 8 + 1 - 1 - 0 - 3 = 5$	15 p
3 (25 p)	a) 2; 4; 6; 8; 10	5 p
	b) 3; 6; 9; 15; 57	5 p
	c) 5; 10; 15	5 p
	d) 2; 3; 5; 7	5 p
	e) 1; 3; 5; 7; 9; 15; 57	5 p
4 (15 p)	a) $\frac{20}{100} \cdot 100 = 20$	10 p
	b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$	5 p

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VI-a, CES

1.Fie mulțimile A = {1;2;3;4}; B = {2;4;5}; C = {1;3}

Calculați:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \setminus B$

d) $A \cap B \cap C$

e) $B \setminus A$

2.Determinați numerele naturale a, b și c știind că sunt direct proporționale cu 3; 4, respectiv 5, iar a + b + c = 24.

3.Calculați:

a) $-4+9$

b) $32:(-8)$

c) $-3-5$

d) $-9 \cdot 6$

e) $2-7$

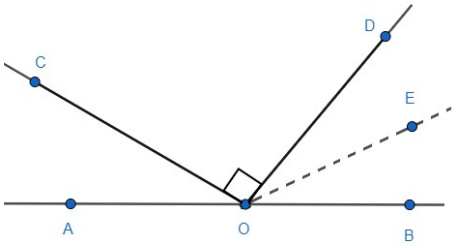
4.În figura alăturată, punctele A, O și B sunt coliniare, unghiul COD este drept, măsura unghiului DOB este egală cu 60º, iar [OE este bisectoarea unghiului DOB.

Calculați:

a) măsura unghiului BOE;

b) măsura unghiului COE;

c) măsura unghiului AOC.



Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VI-a, CES, BAREM

Start 10 p

1 (25 p)	a) $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$	5 p
	b) $A \cap B = \{2; 4\}$	5 p
	c) $A \setminus B = \{1; 3\}$	5 p
	d) $A \cap B \cap C = \emptyset$	5 p
	e) $B \setminus A = \{5\}$	5 p
2 (25 p)	$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{3+4+5} = \frac{24}{12} = 2$	10 p
	$\frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 3 \cdot 2 = 6$	5 p
	$\frac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = 4 \cdot 2 = 8$	5 p
	$\frac{c}{5} = 2 \Rightarrow c = 5 \cdot 2 = 10$	5 p
3 (25 p)	f) $-4 + 9 = 5$	5 p
	g) $32 : (-8) = -4$	5 p
	h) $-3 - 5 = -8$	5 p
	i) $-9 \cdot 6 = -54$	5 p
	j) $2 - 7 = -5$	5 p
4 (15 p)	c) $\measuredangle BOE = \frac{\overset{\frown}{DOB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$	5 p
	d) $\measuredangle COE = \overset{\frown}{COD} + \overset{\frown}{DOE} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$	5 p
	e) $\measuredangle AOC = \measuredangle AOB - \overset{\frown}{COD} - \overset{\frown}{DOB}$ $= 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$	5 p

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VII-a, CES

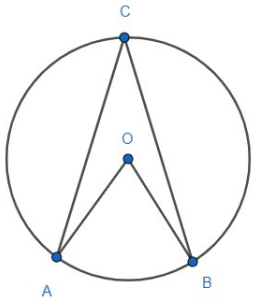
1) Calculați:
   a) $\sqrt{9}+\sqrt{25}$.
   b) $3\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}$.
   c) media geometrică a numerelor 2 și 8.
   d) media aritmetică a numerelor $3\sqrt{3}$ și $\sqrt{3}$.
   e) $\sqrt{18}+5\sqrt{2}$.

2) Rezolvați ecuațiile:
   a) 3x + 3 = 9
   b) 17 – 2x = 5
   c) 8x = 32
   d) x : 6 = 9
   e) 24 : x = 3

3) În paralelogramul ABCD se știe că AB = 4 cm, BC= 3 cm și $\measuredangle DAB = 60°$.
   Calculați:
   a) perimetrul paralelogramului ABCD;
   b) măsura unghiului ABC;
   c) măsura unghiului ADC;
   d) măsura unghiului BCD.



4) Fie punctele A; B și C pe cercul de centru O astfel încât măsura unghiului ACB=40°. Calculați măsura unghiului AOB.



Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VII-a, CES, BAREM

Start 10 p

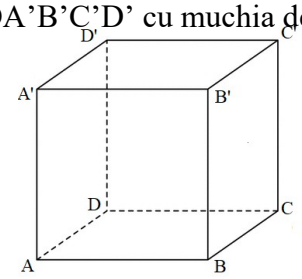
1 (25 p)	f) $\sqrt{9}+\sqrt{25}=3+5=8$	5 p
	g) $3\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}=15\cdot 2=30$	5 p
	h) $m_g(2;8)=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=4$	5 p
	i) $m_a(3\sqrt{3};\sqrt{3})=\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$	5 p
	j) $\sqrt{18}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$	5 p
2 (25 p)	a) $3x+3=9\Leftrightarrow 3x=6\Leftrightarrow x=2$	5 p
	b) $17-2x=5\Leftrightarrow 12=2x\Leftrightarrow x=6$	5 p
	c) $8x=32\Leftrightarrow x=\frac{32}{8}=4$	5 p
	d) $x:6=9\Leftrightarrow x=6\cdot 9=54$	5 p
	e) $24:x=3\Leftrightarrow x=24:3=8$	5 p
3 (25 p)	k) $P_{ABCD}=2\,AB+2\,BC=2\cdot 4+2\cdot 3=8+6=14$ cm	10 p
	l) $\measuredangle ABC=180^\circ-\widehat{DAB}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$	5 p
	m) $\measuredangle ADC\equiv\measuredangle ABC=120^\circ$	5 p
	n) $\measuredangle BCD\equiv\measuredangle DAB=60^\circ$	5 p
4 (15 p)	f) $\measuredangle ACB=\frac{\widehat{AB}}{2}\Rightarrow 40^\circ=\frac{\widehat{AB}}{2}\Rightarrow\widehat{AB}=80^\circ$	10 p
	g) $\measuredangle AOB=\widehat{AB}=80^\circ$	5 p

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VIII-a, CES

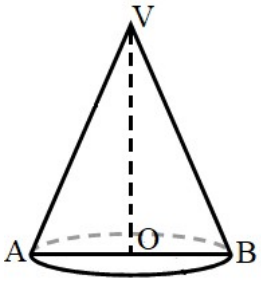
5) Scrieți (A) dacă propoziția este adevărată și (F) dacă propoziția este falsă:
   c) În intervalul [–3, 3) se află 6 numere întregi.
   d) $-2 \in (-2, 3]$.
   e) $7 \in [7, 10)$.
   f) Produsul numerelor întregi din intervalul [–2, 5] este 0.
   g) Cel mai mare număr întreg din intervalul (–4, 3) este 3.

6) Se consideră expresia $E(x) = \frac{x}{x+2}$, unde $x \in \mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
   Calculați:
   a) E (1) + E (4);
   b) E (2) · E (4).

7) În figura alăturată este reprezentat cubul ABCDA'B'C'D' cu muchia de 4 cm.
   Calculați:
   a) lungimea segmentului A'D;
   b) aria unei fețe a cubului;
   c) aria dreptunghiului ACC'A';
   d) unghiul format de dreptele AC și D'B'.



8) În figura alăturată este reprezentat un con circular drept având secțiunea axială triunghiul isoscel VAB. Știind că raza bazei conului este egală cu 3 cm, iar generatoarea conului este egală cu 5 cm, calculați:
   a) aria bazei conului;
   b) lungimea înălțimii conului.



Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 120 minute.

Concursul Ciprian Foiaș
Ediția a III-a
4 aprilie 2025
Clasa a VIII-a, CES, BAREM

Start 10 p

1 (25 p)	c) (A)	5 p
	d) (F)	5 p
	e) (A)	5 p
	f) (A)	5 p
	g) (F)	5 p
2 (25 p)	a) $E(1) = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$	5 p
	$E(4) = \frac{4}{4+2} = \frac{4^{(2}}{6} = \frac{2}{3}$	5 p
	$E(1) + E(4) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$	5 p
	b) $E(2) = \frac{2}{2+2} = \frac{2^{(2}}{4} = \frac{1}{2}$	5 p
	$E(2) \cdot E(4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$	5 p
3 (25 p)	o) $A'D = l\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm	5 p
	p) $A_{ABCD} = l^2 = 4^2 = 16$ cm^2	5 p
	q) $A_{ACC'A'} = AC \cdot CC' = 4\sqrt{2} \cdot 4 = 16\sqrt{2}$ cm^2	5 p
	r) $\sphericalangle(AC; D'B') = \sphericalangle(AC; DB) = 90°$	10 p
4 (15 p)	h) $A_0 = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ cm^2	5 p
	i) Aplicăm teorema lui Pitagora în Δ dr VOB și obținem $VO^2 = VB^2 - OB^2$, de unde deducem că $VO = 4$ cm	10 p